

# Struktur III: Kerne und Teilchen

## Formelblatt der Vorlesung von Dr. Thomas R. Hemmert

Christoph Preis, christophpreis@gmail.com, 25. Januar 2010

### 0 Konstanten

$\hbar c \approx 200 \text{ MeV fm}$ ,  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ ,  $1b = 10^{-24} \text{ cm}^2 = 100 \text{ fm}^2$ ,  $N_0 = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$   
 $1T = 10^4 \text{ Gau\ss}$ ,  $e_{cgs}^2 = \frac{e_{SI}^2}{4\pi\epsilon_0}$ ; alle Formeln sind in SI!

### 1 Spezielle Relativitätstheorie

relativistische Energie:  $E^2 = \vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4$ , für masselose Teilchen:  $\vec{p}_\nu = E_\nu / c \hat{n} = \frac{h}{\lambda} \hat{n}$   
Viererimpuls:  $(m_\mu)^2 = (p_\mu)^2 = E_\mu^2 - \vec{p}_\mu^2$  ist ein Lorentzskalar. Für  $a + b \rightarrow c$  gilt:

$$\begin{pmatrix} E_a + E_b \\ \vec{p}_a + \vec{p}_b \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} E_c \\ \vec{p}_c \end{pmatrix}^2$$

Lorentz Trafo:  $t' = \gamma(t - \frac{\beta}{c}z)$ ,  $x' = \gamma(x - \beta t)$ ,  $y' = y$ ,  $z' = z$  mit  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ ,  $\beta = v/c$

$$x'^\mu = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma \\ -\beta\gamma & \gamma \end{pmatrix} x^\mu$$

Impuls und Geschwindigkeit:  $\vec{p} = m\gamma\vec{v} \rightarrow \beta = pc/E$ ,  $\gamma = E/mc^2$ ,  $t_{Lab} = \gamma t$

Vierervektoren: Raumzeit:  $x^\mu = (ct, \vec{x})$ , Impuls:  $p^\mu = (E/c, \vec{p})$ , Strom:  $j^\mu = (c\rho, \vec{j})$ ,

Potential:  $A^\mu = (A_0, \vec{A})$ , Gradient:  $\nabla^\mu = (\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}, -\nabla)$

Skalarprodukt:  $a \cdot b = a_0 b_0 - \vec{a} \cdot \vec{b}$

### 2 Teilchenbeschleuniger

reduzierte De-Broglie Wellenlänge  $\lambda = \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{h}{p}$  ( $\rightarrow$  Auflösung)

Compton-Wellenlänge:  $\lambda_C = \frac{h}{mc}$  ( $\rightarrow$  Reichweite von Teilchen)

Wirkungsquerschnitte:  $dN = FN_{target}\sigma(\theta)d\Omega$ ,  $\sigma_{tot} = \int \sigma(\theta)d\Omega$ ,  $N_S = FN_{target}\sigma_{tot}$

klassische Interpretation:  $N_S/N_{in} = N_{target}\sigma_{tot}/a$ , mit Querschnittsfläche  $a$

Target:  $N_{target} = a n d$ ,  $n = N_0\rho/A$  mit Atomgewicht  $A$ , Dichte  $\rho$ , Dicke  $d$

Luminosität:  $L = N_S/\sigma_{tot} \approx N_1 N_2 f/a$  mit Strahldicke  $a$  und Pulsrate  $f$

Synchrotron Beschleuniger:  $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi RE}{pc^2}$ ,  $\Omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{pc^2}{RE}$   
 $B = \frac{p}{q\rho}$  mit Ladung  $q$ , Impuls  $p$ , Krümmungsradius  $\rho$

Synchrotron-Strahlung:  $P = \frac{q^2 c}{6\pi\epsilon_0 R^2} \frac{\beta^4}{(1-\beta^2)^2} \stackrel{\beta \sim 1}{\approx} \frac{2q^2 c}{3R^2} \gamma^4 = \frac{2q^2 c}{3R^2} \left(\frac{E}{mc^2}\right)^4$

abgestrahlte Energie pro T:  $-\delta E = PT \approx \frac{q^2}{3\epsilon_0 R} \left(\frac{E}{mc^2}\right)^4$

Teilchenstöße: fixed target b:

$$W^2 = 2E_a^{lab} m_b c^2 + (m_a^2 + m_b^2) c^4$$

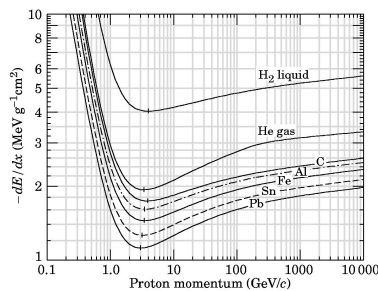
identische Teilchen mit mit  $p_a = -p_b$  :  $W^2 = 4E_a^2$

### 3 Wechselwirkung von Strahlung mit Materie

Photonen (AON):  $N(x) = N(0) \exp(-\mu x)$  mit Absorptionskoeffizient  $\mu = n\sigma$ , mittlere freie Weglänge  $1/\mu$

schwere geladene Teilchen (MSI): spezifischer Energieverlust:  $\frac{dE}{d(\rho x)} = \frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}$

Reichweite:  $R = \int_{T_0}^0 \frac{dT}{(dE/dx)}$  mit kinetischer Energie des Teilchenstrahls  $T_0$



Unterhalb des Ionisationsminimums steigt der Energieverlust mit  $1/v^2$  an. Hier verliert das Teilchen schnell sehr viel Energie. Für relativistische Energien steigt der Energieverlust wieder logarithmisch an.

Faustregel:  $-\frac{dE}{d(\rho x)}_{min} \approx 1.6 \frac{MeV cm^2}{g}$

Elektronenstrahlen:

a) Ionisationsregion  $E < E_c$ : linearen Abfall der Teilchenzahl

b) Strahlungsregion  $E > E_c$ :  $E = E_0 \exp(-x/X_0)$

→ ab  $E = E_c$  erfolgt wieder Ionisation

mit  $E_c \sim 600 MeV/Z$ , Strahlungslänge  $X_0$

Biologische Effekte:

Aktivität & gew. Strahlendosis:  $[1Bq] = [1s^{-1}]$ ,  $[1Sv] = [1Jkg^{-1}]$

mittlere Energiedosis:  $D_T = \epsilon_T/m_T$  [Gr]

Organdosis:  $H_T = \sum_R w_R D_{T,R}$  [Sv]

effektive Dosis:  $E = \sum_T w_T H_T$  [Sv]

mit Organen T, Strahlungsarten R

Strahlungsart	Strahlungswichtungsfaktor $w_R$
Photonen	1
Elektronen und Myonen	1
Protonen und geladene Pionen	2
Alphateilchen, Spaltfragmente und Schwerionen	20
Neutronen	energieabhängig (5-20)

## 4 Detektoren für subatomare Teilchen

Szintillationszähler, Halbleiterdetektoren, Blaskammern, Drahtkammer/Proportionalkammer, TPC (Time Projection Chamber), Cerenkov Detektoren:  $\cos \Theta = \frac{c}{vn}$ , Kalorimeter

## 5 Teilcheneigenschaften

Spin und Statistik:  $\hat{J}^2 \Psi_{jm} = \hbar^2 j(j+1) \Psi_{jm}$ ,  $\hat{J}_z \Psi_{jm} = \hbar m \Psi_{jm}$  mit  $-j \leq m \leq +j$

Ladung und magnetisches Moment:  $\vec{\mu} = \frac{q}{2mc} \vec{L}$

quantenmechanische Erweiterung:  $\hat{\mu} = g \mu_0 \frac{\hat{J}}{\hbar}$  mit  $\mu_0 = \frac{e\hbar}{2mc}$

Bohr-Magneton:  $\mu_B = 5.7884 \times 10^{-15} \text{ MeV/G}$ ,  $\mu_N = 3.1525 \times 10^{-18} \text{ MeV/G}$

Lebensdauer: klassisch:  $N(t) = N(0) \exp(-\lambda t)$  mit  $\tau = 1/\lambda = t_{1/2}/\ln 2$   
 quantenmechanisch:  $\Psi(t) = \Psi(0) \exp(iEt/\hbar)$  mit  $E = E_0 - i\frac{\Gamma}{2}$ ,  $\Gamma = \lambda\hbar$   
 $\rightarrow P(E) = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{1}{(E-E_0)^2 + \Gamma^2/4}$   
 weak:  $\tau \approx 10^{-10} \text{ s}$ , EM:  $\tau \approx 10^{-18} \text{ s}$ , stark:  $\tau \approx 10^{-23} \text{ s}$

Resonanzen:  $\frac{1}{T} = 1 + \frac{V_0^2}{4E(E+|V_0|)} \sin^2 ka$  mit  $k = \sqrt{\frac{2m}{\hbar}(E + |V_0|)}$ , Potentialbreite  $a$

## 6 Standardmodell

Es gelten folgende Erhaltungssätze: Leptonenzahl, Leptonflavorzahl (nur lokal), Baryonenzahl, Strangeness (außer für schwache Prozesse, V-Teilchen werden immer paarweise stark erzeugt, siehe Quarkmodell), Energieerhaltung (nur für  $a \rightarrow b + c + \dots$  Reaktionen)

### 6.1 Leptonen

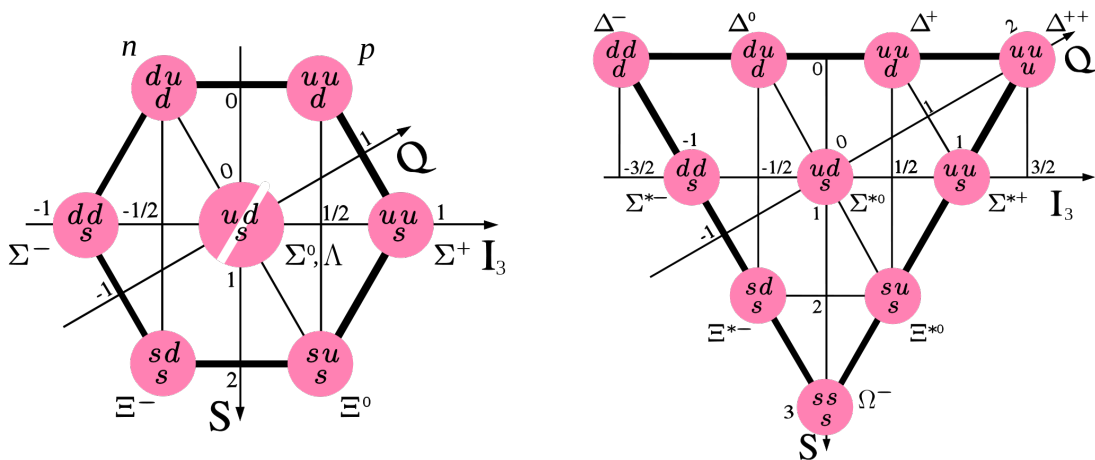
Particle	Type	Interactions	Mass [MeV/c <sup>2</sup> ]	Lifetime $\tau$ [s]	Lepton number
$e^\pm$	fermion	w, em	0.51	$\infty$	$\mp 1$
$\mu^\pm$	fermion	w, em	105.7	$2.2 \times 10^{-6}$	$\mp 1$
$\tau^\pm$	fermion	w, em	1777	$3 \times 10^{-13}$	$\mp 1$
neutrino	fermion	w	$< 10^{-9}$	$\infty$	+1

Alle Leptonen sind Fermionen und haben Spin 1/2.

## 6.2 Hadronen

Particle	Type	Class	Charge [e]	Lifetime $\tau$ [s]	m [MeV/c <sup>2</sup> ]	Spin	A	S	I
N	baryon	nucleons	+	$> 10^{32}a$	938.3	1/2	+1	0	1/2
	baryon	nucleons	0	$0.9 \times 10^3$	939.6	1/2	+1	0	1/2
$\Delta(1232)$	baryon	resonance	+2, $\pm, 0$	$0.6 \times 10^{-24}$	1232	3/2	+1	0	3/2
$\Lambda^0$	baryon	hyperons	0	$\sim 10^{-10}$	$\sim 1120$	1/2	+1	-1	0
$\Sigma^{\pm,0}$	baryon	hyperons	$\pm, 0$	$\sim 10^{-10}, 10^{-20}$	$\sim 1190$	1/2	+1	-1	1
$\Xi^{-,0}$	baryon	hyperons	- , 0	$\sim 10^{-10}$	$\sim 1310$	1/2	+1	-2	1/2
$\Omega^-$	baryon	hyperons	-	$\sim 10^{-10}$	$\sim 1670$	3/2	+1	-3	0
$\pi^0$	meson	pion	0	$0.8 \times 10^{-16}$	135.0	0	0	0	1
$\pi^\pm$	meson	pion	$\pm$	$2.6 \times 10^{-8}$	139.6	0	0	0	1
$K^\pm$	meson	kaon	$\pm$	$1.2 \times 10^{-8}$	493.7	0	0	$\pm 1$	1/2
$K^0$	meson	kaon	0	complicated	497.6	0	0	1	1/2
$\rho^{\pm,0}$	meson	resonance	$\pm, 0$	$\sim 10^{-24}$	$\sim 770$	1	0	0	1
$\eta$	meson	eta	0	$\sim 10^{-19}$	$\sim 550$	0	0	0	0

A: Baryon Number, S: Strangeness, I: Isospin. Alle Hadronen wechselwirken mit w, em und s. Alle Baryonen sind Fermionen alle Mesonen sind Bosonen.



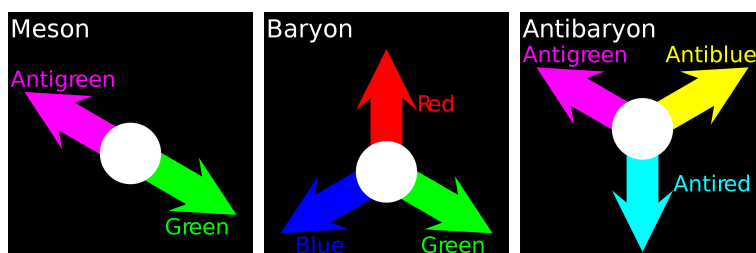
## 6.3 Austauschbosonen

Particle	Weak	EM	Strong	Mass [MeV/c <sup>2</sup> ]	Spin	Reach
Photon $\gamma$		+		0	1	$\infty$
$W^\pm, Z^0$	+	+		$81 \times 10^3, 91 \times 10^3$	1	$< 1$ fm
Gluon			+	0	1	$< 1$ fm
Virtual particles	+	+	+			1-2 fm

## 6.4 Quarks und QCD

Flavor	Charge [e]	Mass [MeV/c <sup>2</sup> ]	Quantum Numbers
u up	+2/3	3	$I = 1/2$
d down	-1/3	6	$I = -1/2$
c charmed	+2/3	$1.3 \times 10^3$	
s strange	-1/3	110	$S = -1$
t top	+2/3	$1.8 \times 10^5$	
b bottom	-1/3	$4.2 \times 10^3$	

Quarks sind Spin 1/2 Fermionen mit w, em, s WW. Quarks sind die Konstituenten der Hadronen. Baryonen bestehen aus drei Quarks:  $|qqq\rangle$ , Mesonen aus Quark und Antiquark:  $|q\bar{q}\rangle$ . In modernen Quarkmodellen ergeben sich Hadronen als unendliche Summen von Quarkzuständen, z.B.  $|p\rangle = |uud\rangle + |uudq\bar{q}\rangle + |uudq\bar{q}q\bar{q}\rangle$



Während in anderen Wechselwirkungen die Wechselwirkungsstärke mit zunehmendem Abstand oder sinkender Energie abnimmt, wächst sie bei Quarks. Deswegen können nur weiße Zustände isoliert vorkommen (Quark-Confinement). Dies gilt auch für Gluonen, da diese ebenfalls eine Farbladung tragen.

Versucht man dennoch zwei Quarks zu trennen, so steigt die Wechselwirkungsenergie immer weiter mit dem Abstand an, bis schließlich die Energie groß genug ist, ein neues Quark-Antiquark Paar zu erzeugen. Dieser Prozess wiederholt sich so oft, bis die Anfangsenergie umgewandelt ist. Die Flugrichtung der erzeugten Teilchen ist durch die Richtung des ersten bestimmt, so dass alle in einem Strahl (Jet) fliegen.

## 6.5 Die schwache Wechselwirkung

Die schwache WW ist als Eichtheorie formuliert, d.h. sie erlaubt die Modifikation der Wellenfunktion um lokale Phasenfaktoren.

Quarkflavors lassen sich nur durch Abstrahlung eines  $W^\pm$ -Bosons verändern, nicht jedoch durch Photonen, oder  $Z^0$ -Bosonen. Die Flavor-Zustände der Quarks sind Linearkombinationen ihrer Massen-Eigenzustände. Der Flavor der eigenen Familie ist jedoch dominant.