Struktur der Materie I - Formelsammlung

Einführung in die Quantenphysik

Abgestrahlte Leistung pro Fläche:

$$R = e\sigma T^4 \tag{1}$$

e: Emissität ($e \leq 1$), $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2} K^4$ (Stefan-Konstante)
Für $e = 1$ (z.B. Schwarzer Körper $a = e = 1$) gilt das **Sefan-Boltzmann-Gesetz**:

$$R = \sigma T^4 \tag{2}$$

Explizit

$$R = \int_0^\infty R(\lambda) d\lambda \tag{3}$$

Wien'sches Verschiebungsgesetz

$$\lambda_{\max} T = b, \qquad b = 2.898 \cdot 10^{-3} mK, \qquad \Rightarrow \lambda_{\max} \propto \frac{1}{T} \tag{4}$$

Spektrale Energiedichte nach Lord Rayleigh und J. Jeans

$$\varrho(\lambda) = \frac{8\pi}{\lambda^4} kT \tag{5}$$

mit $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$ (Boltzmann-Konstante)

Mit gemittelter Modenenergie bei Wellenlänge λ

$$\varrho(\lambda) = \frac{8\pi}{\lambda^4} \langle \varepsilon \rangle \tag{6}$$

Somit gilt für die gemittelte Modenenergie:

$$\langle \varepsilon \rangle = -\frac{d}{d\beta} \left(\log \left(\frac{1}{1 - \exp(-\beta\varepsilon_0)} \right) \right) = \frac{\varepsilon_0}{\exp(\beta\varepsilon_0) - 1} \tag{7}$$

Dies eingesetzt in (6) ergibt:

$$\varrho(\lambda) = \frac{8\pi}{\lambda^4}\frac{\varepsilon_0}{\exp(\beta\varepsilon_0) - 1}, \qquad \varepsilon_0 = h\nu, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} Js \tag{8}$$

Allgemein formuliert:

$$\varrho(\lambda) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5}\frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{kT\lambda}\right) - 1} \tag{9}$$

Bzw mit $c = \lambda\nu$:

$$\varrho(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} \tag{10}$$

Insgesamt ergibt sich:

$$\varrho_{\text{total}} = \int \varrho(\lambda) d\lambda = aT^4, \tag{11}$$

wobei a die Stefan-Konstante, also $a = \frac{8\pi^5}{15}\frac{k^4}{h^3c^3}$ darstellt.

Stoppspannung beim Photoeffekt

$$eU_0 = \frac{m}{2}v^2 \tag{12}$$

Photonenenergie

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \tag{13}$$

Einstein-Gleichung

$$\frac{1}{2}mv_{\text{max}}^2 = h\nu - W, \tag{14}$$

mit der Materialabhängigen Austrittsarbeit W. Es ergibt sich mit (12) und (14):

$$eU_0 = h\nu - W \tag{15}$$

Compton-Gleichung

$$\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_0 = 2\lambda_c \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \tag{16}$$

Compton-Wellenlänge

$$\lambda_c = \frac{h}{mc} \tag{17}$$

Frequenz einer Spektrallinie für H-Atome im Bohr'schen Atommodell

$$\nu_{ab} = R\left(\frac{1}{n_a^2} - \frac{1}{n_b^2}\right), \tag{18}$$

mit $n_a = 1, 2, 3, ...$ und $n_b = 2, 3, ...$. Inverse Wellenlänge (Wellenlängen) sind definiert durch

$$\overline{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} \tag{19}$$

So ergibt sich für die Rydberg-Konstante R in Wellenzahlen

$$\overline{R} = 109677.58\frac{1}{cm} \tag{20}$$

Elektronenvolt zur Energiedarstellung

$$1eV = 2.41797 \cdot 10^{14} Hz = 8065.48\frac{1}{cm} \tag{21}$$